Trigonometrische Funktionen und Gleichungen

Check-in

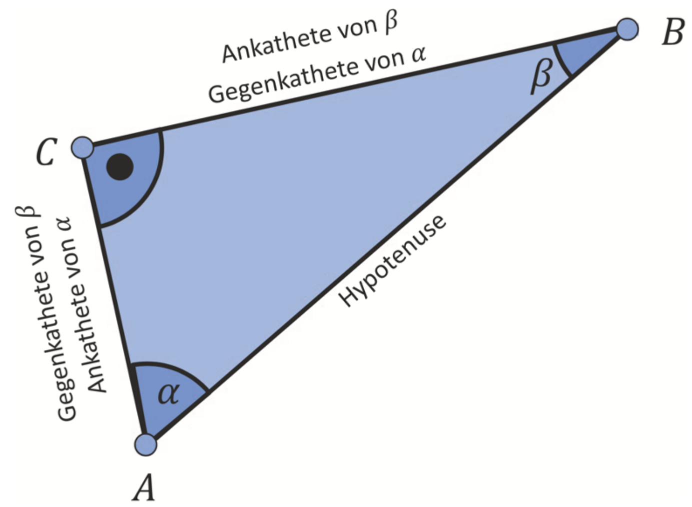
➢ Aufgabe 1

Hier gilt:

Sinus von $\alpha = \sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Kosinus von $\alpha = \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens von $\alpha = \tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$



➢ Aufgabe 2

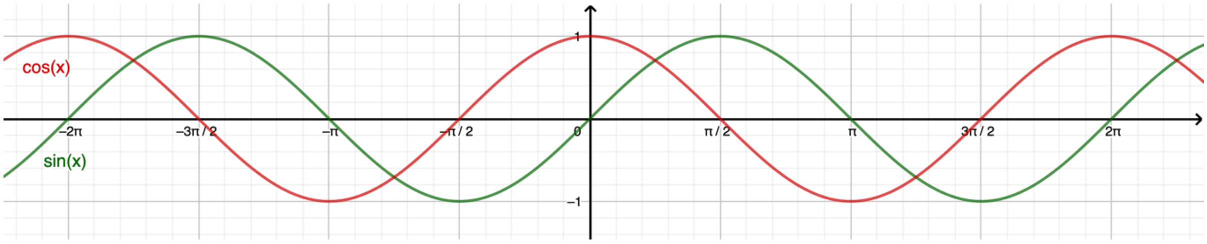
Mit obigen Definitionen gilt hier $\sin(\alpha) = \sin(30°) = \frac{h}{12}$, woraus $h = 12 \cdot \sin(30°) = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6\ [m]$ folgt. Weiterhin ergibt sich aus $\cos(\alpha) = \cos(30°) = \frac{d}{12}$, woraus sich $d = 12 \cdot \cos(30°) = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \approx 10{,}39\ [m]$ erschließen lässt.

➢ Aufgabe 3

Beim Bogenmaß entspricht eine volle Drehung 2π, beim Gradmaß 360°. Zwischen beiden Einheiten gilt eine proportionale Beziehung, so dass sich die Werte durch einen Dreisatz oder eine Verhältnisgleichung übersetzen lassen. So folgt z.B. aus $\frac{90°}{360°} = \frac{x}{2\pi}$, dass $x = \frac{1}{2}\pi$ sein muss. Die Größe eines rechten Winkels im Bogenmaß beträgt somit $\frac{1}{2}\pi$. Ähnlich ergibt sich für 180° ein Wert von π sowie für 360° ein Wert von 2π.

➢ Aufgabe 4

Die beiden Funktionsgraphen haben die in der folgenden Darstellung illustrierte Gestalt. Hierbei sind beide in der Variante dargestellt, deren Argument im Bogenmaß gemessen wird. Alternativ wäre auch das Gradmaß möglich gewesen. Erkennbar ist, dass beide Funktionen einen Bildbereich von $[-1{,}1]$ haben und periodisch oszillieren. Aufgrund dieser Periodizität wiederholt sich ihre Gestalt fortgesetzt, so dass beliebige reelle Werte eingesetzt werden können. Ihr Definitionsbereich besteht somit aus allen reellen Zahlen $\mathbb{R}$.



➢ Aufgabe 5

In obiger Grafik kann man erahnen, dass sich Sinus- und Kosinusfunktion bis auf eine horizontale Verschiebung gleichen. Verschiebt man z.B. den Sinus um $\frac{\pi}{2}$ Einheiten nach links, deckt er sich mit der Kurve des Kosinus. Algebraisch kann man dies als $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos(x)$ fassen. Für den Tangens ergibt sich schon anhand seiner Definition am Dreieck, dass für diesen $\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ gilt. Versuchen Sie dies am besten einmal nachzuvollziehen, indem sie die Definitionen aus Aufgabe 1 nutzen.

➢ Aufgabe 6

Anhand der Funktionsgraphen lässt sich direkt ablesen, dass $\sin(0)=0$ und $\cos(0)=1$ gilt. Mit obiger Gleichung für den Tangens folgt dann $\tan(0)=\frac{\sin(0)}{\cos(0)}=\frac{0}{1}=0$.